**十年（**2014**－**2023**）年高考真题分项汇编—极坐标与参数方程**

**目录**

[**题型一：极坐标与普通方程互化 1**](#_Toc140781204)

[**题型二：极坐标方程的应用 3**](#_Toc140781205)

[**题型三：参数方程与普通方程互化 11**](#_Toc140781206)

[**题型四：参数方程的应用 13**](#_Toc140781207)

[**题型五：极坐标与参数方程的综合应用 21**](#_Toc140781208)

# 题型一：极坐标与普通方程互化

1．(2023年全国甲卷理科·第22题)已知点，直线(*t*为参数)，为的倾斜角，*l*与*x*轴正半轴，*y*轴正半轴分别交于*A*，*B*两点，且．

(1)求；

(2)以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，求*l*的极坐标方程．

**【答案】**(1)

(2)

解析：(1)因为与轴，轴正半轴交于两点，所以，

令，，令，，

所以，所以，

即，解得，

因为，所以．

(2)由(1)可知，直线的斜率为，且过点，

所以直线的普通方程为：，即，

由可得直线的极坐标方程为．

2．(2021年高考全国甲卷理科·第22题)在直角坐标系中，以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线*C*的极坐标方程为．

(1)将*C*的极坐标方程化为直角坐标方程；

(2)设点*A*直角坐标为，*M*为*C*上的动点，点*P*满足，写出*Р*的轨迹的参数方程，并判断*C*与是否有公共点．

**【答案】**(1)；(2)*P*的轨迹的参数方程为(为参数)，*C*与没有公共点．

解析：(1)由曲线C的极坐标方程可得，

将代入可得，即，

即曲线*C*的直角坐标方程为；

(2)设，设

，

，

则，即，

故*P*的轨迹的参数方程为(为参数)

曲线*C*的圆心为，半径为，曲线的圆心为，半径为2，

则圆心距为，，两圆内含，

故曲线*C*与没有公共点．

3．(2018年高考数学课标卷Ⅰ(理)·第22题)[选修4–4：坐标系与参数方程](10分)在直角坐标系中，曲线的方程为．以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为．

(1)求的直角坐标方程；

(2)若与有且仅有三个公共点，求的方程．

**【答案】**解析：(1)由，得的直角坐标方程为．

(2)由(1)知是圆心为，半径为的圆．

由题设知，是过点且关于轴对称的两条射线．记轴右边的射线为，轴左边的射线为．由于在圆的外面，故与有且仅有三个公共点等价于与只有一个公共点且与有两个公共点，或与只有一个公共点且与有两个公共点．

当与只有一个公共点时，到所在直线的距离为，所以，故或．

经检验，当时，与没有公共点；当时，与只有一个公共点，与有两个公共点．

当与只有一个公共点时，到所在直线的距离为，所以，故或．

经检验，当时，与没有公共点；当时，与没有公共点．

综上，所求的方程为．

4．(2015高考数学江苏文理·第23题)已知圆的极坐标方程为，求圆的半径．

**【答案】**(C)

分析：先根据将圆C的极坐标方程化成直角坐标方程，再根据圆的标准方程得到其半径．

解析：以极坐标系的极点为平面直角坐标系的原点，以极轴为轴的正半轴，建立直角坐标系．

圆的极坐标方程为，

化简，得．

则圆的直角坐标方程为，

即，所以圆的半径为．

# 题型二：极坐标方程的应用

1．(2022年高考全国乙卷数学(理)·第22题)在直角坐标系中，曲线*C*的参数方程为，(*t*为参数)，以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线*l*的极坐标方程为．

(1)写出*l*的直角坐标方程；

(2)若*l*与*C*有公共点，求*m*的取值范围．

**【答案】**(1)

(2)

解析：【小问1详解】

因为*l*：，所以，

又因为，所以化简为，

整理得*l*的直角坐标方程：

【小问2详解】

联立*l*与*C*的方程，即将，代入

中，可得，

所以，

化简为，

要使*l*与*C*有公共点，则有解，

令，则，令，，

对称轴为，开口向上，

所以，

，

所以

*m*的取值范围为．

2．(2020江苏高考·第22题)在极坐标系中，已知点在直线上，点在圆上(其中，)．

(1)求，的值

(2)求出直线与圆的公共点的极坐标．

**【答案】**(1)(2)

【解析】(1)以极点为原点，极轴为轴的正半轴，建立平面直角坐标系，

，因为点为直线上，故其直角坐标方程为，

又对应的圆的直角坐标方程为：，

由解得或，

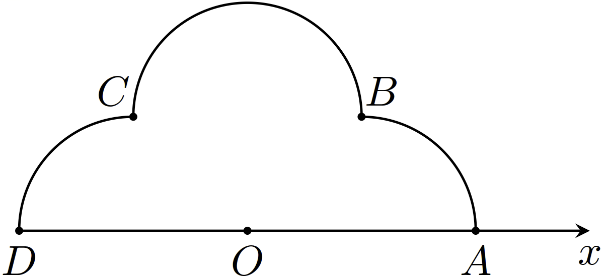
对应的点为，故对应的极径为或．

(2)，

，当时；

当时，舍；即所求交点坐标为当

3．(2019·全国Ⅲ·理·第22题)如图，在极坐标系中，，，，，弧，，所在圆的圆心分别是，，，曲线是弧，曲线是弧，曲线是弧．



(1)分别写出，，的极坐标方程；

(2)曲线由，，构成，若点在上，且，求的极坐标．

**【答案】**

(1),,；

(2)或或或

【官方解析】

(1)由题设可得，所在圆的极坐标方程分别为．

所以的极坐标方程为，的极坐标方程为，的极坐标方程为．

(2)设，由题设及(1)知

若，则，解得；

若，则，解得或；

若，则，解得．

综上的极坐标为或或或．

【点评】此题考查了极坐标中过极点的圆的方程，思考量不高，运算量不大，属于中档题．

4．(2019·全国Ⅱ·理·第22题)在极坐标系中，为极点，点在曲线上，直线过点且与垂直，垂足为．

当时，求及的极坐标方程；

当在上运动且在线段上时，求点轨迹的极坐标方程．

**【答案】**，**的极坐标方程为；.

**【官方解析】**

因为在**上，当时，.

由已知得.

设为**上除**的任意一点.在中，

经检验，点在曲线上.

所以，**的极坐标方程为.

设，在中， ，即.

因为**在线段**上，且，故的取值范围是.

所以，**点轨迹的极坐标方程为 .

**【分析】**先由题意，将代入即可求出；根据题意求出直线的直角坐标方程，再化为极坐标方程即可；

先由题意得到点轨迹的直角坐标方程，再化为极坐标方程即可，要注意变量的取值范围.

**【解析】**因为点在曲线上，

所以www.zqy.com；即，所以，

因为直线**过点且与垂直，所以直线的直角坐标方程为，

即；因此，其极坐标方程为，即**的极坐标方程为；

设，则， ，由题意，，所以，故，整理得，因为**在线段**上，**在**上运动，所以，，

所以，**点轨迹的极坐标方程为，即.

**【点评】**本题主要考查极坐标方程与直角坐标方程的互化，熟记公式即可，属于常考题型.

5．(2019·江苏·第22题)在极坐标系中，已知两点，直线*l*的方程为.

(1)求两点间的距离；(2)求点到直线的距离.

**【答案】**见解析

【解析】(1)设极点为.在中，，，

由余弦定理，得*AB*=.

(2)因为直线*l*的方程为，

则直线*l*过点，倾斜角为．

又，所以点*B*到直线*l*的距离为.

6．(2018年高考数学江苏卷·第23题)[选修4—4：坐标系与参数方程](本小题满分10分)

在极坐标系中，直线*l*的方程为，曲线*C*的方程为，求直线*l*被曲线*C*截得的弦长．

**【答案】**直线*l*被曲线*C*截得的弦长为．

解析：因为曲线*C*的极坐标方程为，

所以曲线*C*的圆心为(2，0)，直径为4的圆．

因为直线*l*的极坐标方程为，

则直线*l*过*A*(4，0)，倾斜角为，

所以*A*为直线*l*与圆*C*的一个交点．

设另一个交点为*B*，则∠*OAB*=．

连结*OB*，因为*OA*为直径，从而∠*OBA*=，

所以．

因此，直线*l*被曲线*C*截得的弦长为．

7．(2015高考数学新课标2理科·第23题)(本小题满分10分)选修4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系中，曲线(为参数，)，其中，在以为极点，轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线，曲线．

(Ⅰ)．求与交点的直角坐标；

(Ⅱ)．若与相交于点，与相交于点，求的最大值．

**【答案】**(Ⅰ)和；(Ⅱ)．

解析：(Ⅰ)曲线的直角坐标方程为，曲线的直角坐标方程为．联立解得或所以与交点的直角坐标为和．

(Ⅱ)曲线的极坐标方程为，其中．因此得到极坐标为，的极坐标为．所以，当时，取得最大值，最大值为．

8．(2015高考数学新课标1理科·第23题)(本小题满分10分)选修4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系中。直线:，圆：,以坐标原点为极点， 轴的正半轴为极轴建立极坐标系。

(Ⅰ)求，的极坐标方程；

(Ⅱ)若直线的极坐标方程为，设与的交点为, ,求的面积

**【答案】**(Ⅰ),(Ⅱ)

分析：(Ⅰ)用直角坐标方程与极坐标互化公式即可求得，的极坐标方程；(Ⅱ)将将代入即可求出|MN|，利用三角形面积公式即可求出的面积．

解析：(Ⅰ)因为，

∴的极坐标方程为，的极坐标方程为．……5分

(Ⅱ)将代入，得，解得=，=，|MN|=－=，

因为的半径为1，则的面积=．

9．(2017年高考数学课标Ⅱ卷理科·第22题)[选修4-4：坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系中，以坐标原点为极点，轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为．

(1)为曲线上的动点，点在线段上，且满足,求点的轨迹的直角坐标方程；

(2)设点的极坐标为，点在曲线上，求面积的最大值．

**【答案】【命题意图】坐标系与参数方程，求动点的轨迹方程，三角函数**

【基本解法】(1)解法一：设点在极坐标下坐标为

由可得点的坐标为，代入曲线的极坐标方程，得：

，即，两边同乘以，化成直角坐标方程为：

，由题意知，所以检验得．

解法二：设点在直角坐标系下坐标为，曲线的直角坐标方程为，因为三点共线，所以点的坐标为，代入条件得：

，因为，化简得：

．

(2)解法一：由(1)知曲线的极坐标方程为，故可设点坐标为， 

由得，即最大值为．

解法二：在直角坐标系中，点坐标为，直线的方程为．

设点点坐标，则点到直线的距离

所以，又因为点坐标满足方程，由柯西不等式得：

，即

即

由得，．

解法三：前面同解法二，

，又因为点坐标满足方程，故可设

的坐标，即

．

# 题型三：参数方程与普通方程互化

1．(2020年高考课标Ⅰ卷理科·第22题)在直角坐标系中，曲线的参数方程为为参数．以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为．

(1)当时，是什么曲线？

(2)当时，求与的公共点的直角坐标．

**【答案】**(1)曲线表示以坐标原点为圆心，半径为1的圆；(2)．

【解析】(1)当时，曲线的参数方程为为参数)，

两式平方相加得，

所以曲线表示以坐标原点为圆心，半径为1的圆；

(2)当时，曲线的参数方程为为参数)，

所以，曲线的参数方程化为为参数)，

两式相加得曲线方程为，

得，平方得，

曲线的极坐标方程为，

曲线直角坐标方程为，

联立方程，

整理得，解得或(舍去)，

，公共点的直角坐标为．

2．(2020年高考课标Ⅱ卷理科·第22题)已知曲线*C*1，*C*2的参数方程分别为*C*1：(*θ*为参数)，*C*2：(*t*为参数)．

(1)将*C*1，*C*2的参数方程化为普通方程；

(2)以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系．设*C*1，*C*2交点为*P*，求圆心在极轴上，且经过极点和*P*的圆的极坐标方程．

**【答案】**(1)；；(2)．

解析：(1)由得的普通方程为：；

由得：，两式作差可得的普通方程为：．

(2)由得：，即；

设所求圆圆心的直角坐标为，其中，

则，解得：，所求圆的半径，

所求圆的直角坐标方程为：，即，

所求圆的极坐标方程为．

【点睛】本题考查极坐标与参数方程的综合应用问题，涉及到参数方程化普通方程、直角坐标方程化极坐标方程等知识，属于常考题型．

3．(2016高考数学江苏文理科·第23题)[选修4-4：坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系中，已知直线的参数方程为，椭圆的参数方程为，设直线与椭圆相交于两点，求线段的长．

**【答案】**；

【官方解答】椭圆的普通方程为．

将直线参数方程代入，

得，即，解得．

所以．

民间解答：

直线方程化为普通方程为，

椭圆方程化为普通方程为，

联立得，解得或，

因此．

# 题型四：参数方程的应用

1．(2019·全国Ⅰ·理·第22题)在直角坐标系中，曲线的参数方程为(为参数)．以坐标原点为极点，轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线的极坐标方程为．

(1)求和的直角坐标方程；

(2)求上的点到距离的最小值．

**【答案】**解：(1)因为，且，

所以的直角坐标方程为．的直角坐标方程为．

(2)由(1)可设的参数方程为(为参数，)．

上的点到的距离为．

当时，取得最小值7，故上的点到距离的最小值为．

2．(2018年高考数学课标Ⅲ卷(理)·第22题)【选修4—4：坐标系与参数方程】(10分)

在直角坐标系中，的参数方程为(为参数)，过点，且倾斜角为的直线与交两点．

(1)求的取值范围；

(2)求中点的轨迹的参数方程．

**【答案】**【官方解析】(1)的直角坐标方程为

当时，与交于两点；

当时，，则的方程为

与交于两点当且仅当，解得或，即或．

综上可知的取值范围为

(2)的参数方程为(为参数，)

设对应的参数分别为，则，且，满足

于是，，又点的坐标满足



所以点的轨迹的参数方程是(为参数，)

【民间解析】(1)由的参数方程，消去参数，可得：

当时，直线显然与：有两个交点

当时，可设直线

由直线与交两点，可得，解得，所以或

又，且，所以或

综上可知的取值范围为

(2)法一：记，设，连结，则有

所以，所以即即①

此外点必须在圆：内

所以②

所以，即

所以中点的轨迹方程为

所以中点的轨迹方程的参数方程为，(为参数，且)

法二：可设，，

联立，消去，

整理可得

由根与系数的关系得，所以

所以

所以点的轨迹的参数方程为(其中为参数，且)．

3．(2018年高考数学课标Ⅱ卷(理)·第22题)[选修4－4：坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系中，曲线的参数方程为(为参数)，直线的参数方程为(为参数)．

(1)求和的直角坐标方程；

(2)若曲线截直线所得线段的中点坐标为，求的斜率．

**【答案】**解析：(1)曲线的直角坐标方程为．

当时，的直角坐标方程为，

当时，的直角坐标方程为．

(2)将的参数方程带入的直角坐标方程，整理得关于的方程

．①

因为曲线截直线所得线段的中点在内，所以①有两个解，设为，，则．

又由①得，故，于是直线的斜率．

4．(2014高考数学辽宁理科·第23题)(本小题满分10分)选修4-4：坐标系与参数方程

将圆上每一点的横坐标保持不变，纵坐标变为原来的2倍，得曲线C．

(1)写出C的参数方程；

(2)设直线与C的交点为，以坐标原点为极点，x轴正半轴为极坐标建立极坐标系，求过线段的中点且与垂直的直线的极坐标方程．

**【答案】**(1)(0≤θ＜2π，θ为参数)；(2)．

解析：

(1)在曲线C上任意取一点(x，y)，由题意可得点(x，)在圆x2+y2=1上，

∴x2+=1，即曲线C的方程为 x2+=1，化为参数方程为(0≤θ＜2π，θ为参数)．

(2)由，可得，，不妨设P1(1，0)、P2(0，2)，

则线段P1P2的中点坐标为(，1)，

再根据与l垂直的直线的斜率为，故所求的直线的方程为y-1=(x-)，

即x-2y+=0．再根据x=ρcosα、y=ρsinα 可得所求的直线的极坐标方程为ρcosα-2ρsinα+=0，即．

5．(2014高考数学课标2理科·第23题)(本小题满分10)选修4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系*xOy*中，以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，半圆*C*的极坐标方程为，．

(Ⅰ)求*C*的参数方程；

(Ⅱ)设点*D*在*C*上，*C*在*D*处的切线与直线垂直，根据(Ⅰ)中你得到的参数方程，确定*D*的坐标．

**【答案】**解析：(Ⅰ)代入得

又因为，所以，*C*的普通方程

所以*C*的参数方程为



(Ⅱ)设点*D*，由(Ⅰ)知曲线C是以为圆心，以为半径的上半圆，*C*在*D*处的切线与直线垂直，则

，所以*D*的坐标为．

6．(2014高考数学课标1理科·第23题)选修4—4:坐标系与参数方程

已知曲线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。:高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,直线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。:高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。(高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。为参数)．

(1)写出曲线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的参数方程,直线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的普通方程;

(2)过曲线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。上任一点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。作与高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。夹角为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的直线,交高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。于点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,求高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的最大值与最小值．

**【答案】**解析:(1)曲线C的参数方程为:高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。 (高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。为参数),

直线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的普通方程为:高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。．

(2)在曲线C上任意取一点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。到高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的距离为

高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,

则高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,其中高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。为锐角且高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。．

当高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。时,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。取得最大值,最大值为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。;

当高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。时,高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。取得最小值,最小值为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。．

7．(2014高考数学江苏·第23题)【选修4- 4：坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系*xOy*中，已知直线*l*的参数方程为(*t*为参数)，直线*l*与抛物线*y*2＝4*x*相交于*A*，*B*两点，求线段*AB*的长．

**【答案】**[选修4—4：坐标系与参数方程]

解析：解法一：将直线的参数方程代入抛物线方程，

得． 解得．

所以．

解法二：将直线的参数方程化为直角坐标方程为，

联立方程组解得或 即交点分别为和，  
所以

解法三：将直线的参数方程化为直角坐标方程为，

联立方程组 消去有，则．

所以

8．(2014高考数学福建理科·第22题)(本小题满分7分)选修4—4：极坐标与参数方程

已知直线的参数方程为，(为参数)，圆的参数方程为 ，(为常数)．

(I)求直线和圆的普通方程；

(II)若直线和圆有公共点，求实数的取值范围．

**【答案】**选修：坐标系与参数方程

解析：(I)直线的普通方程为：．

圆的普通方程为．

(II)因为直线与圆有公共点，

故圆的圆心到直线的距离．

解得．

9．(2015高考数学陕西理科·第23题)(本小题满分10分)选修4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系中，直线的参数方程为(为参数)．以原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系，的极坐标方程为．

(Ⅰ)写出的直角坐标方程；

(Ⅱ)为直线上一动点，当到圆心的距离最小时，求的直角坐标．

**【答案】**(Ⅰ)；(Ⅱ)．

分析：(Ⅰ)先将两边同乘以可得，再利用，可得的直角坐标方程；(Ⅱ)先设的坐标，则，再利用二次函数的性质可得的最小值，进而可得的直角坐标．

解析：(Ⅰ)由，得，

从而有，所以．

(Ⅱ)设，又，则，

故当时，取最小值，此时点的直角坐标为．

10．(2015高考数学湖南理科·第17题)已知直线(为参数)，以坐标原点为极点，轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为．

(1)将曲线的极坐标方程化为直角坐标方程；

(2)设点的直角坐标为，直线与曲线 的交点为，，求的值．

**【答案】**分析：(1)利用，即可将已知条件中的极坐标方程转化直角坐标方程；(2)

联立直线的参数方程与圆的直角方程，利用参数的几何意义结合韦达定理即可求解．

解析：(1)等价于①，将，代入①，记得曲线C的直角坐标方程为②；(2)将代入②，得，设这个方程的两个实数根分别为，，则由参数的几何意义即知，．

11．(2017年高考数学新课标Ⅰ卷理科·第22题)[选修4―4:坐标系与参数方程]在直角坐标系中,曲线的参数方程为学科网 版权所有(为参数),直线*l*的参数方程为学科网 版权所有．

(1)若,求与的交点坐标;

(2)若上的点到的距离的最大值为学科网 版权所有,求．

**【答案】**(1)与的交点坐标为,;(2)或．

【分析】(1)先将曲线学科网 版权所有和直线l化成普通方程,然后联立求出交点坐标;(2)直线学科网 版权所有的普通方程为学科网 版权所有,设学科网 版权所有上的点学科网 版权所有,学科网 版权所有的距离为学科网 版权所有．对进行讨论,分和两种情况,求出的值．

【解析】(1)曲线的普通方程为．

当时,直线的普通方程为．

由解得或．

从而与的交点坐标为,．

(2)直线的普通方程为,故上的点到的距离为

．

当时,的最大值为．由题设得,所以;

当时,的最大值为．由题设得,所以．

综上,或．

12．(2017年高考数学江苏文理科·第23题)[选修4-4:坐标系与参数方程]

在平面坐标系中学科网 版权所有中,已知直线学科网 版权所有的参考方程为学科网 版权所有(学科网 版权所有为参数),曲线学科网 版权所有的参数方程为学科网 版权所有(学科网 版权所有为参数)．设学科网 版权所有为曲线学科网 版权所有上的动点,求点学科网 版权所有到直线学科网 版权所有的距离的最小值．

**【答案】**学科网 版权所有

解析:解:直线学科网 版权所有的普通方程为学科网 版权所有．

因为点P在曲线C上,设,

从而点P到直线的距离,

当时,．

因此,当点P坐标为时,曲线C上点P到直线的距离取到最小值．

# 题型五：极坐标与参数方程的综合应用

1．(2023年全国乙卷理科·第22题)在直角坐标系中，以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为，曲线：(为参数，)．

(1)写出的直角坐标方程；

(2)若直线既与没有公共点，也与没有公共点，求的取值范围．

**【答案】**(1)

(2)

解析：(1)因为，即，可得，

整理得，表示以为圆心，半径为1的圆，

又因为，

且，则，则，

故．

(2)

因为(为参数，)，

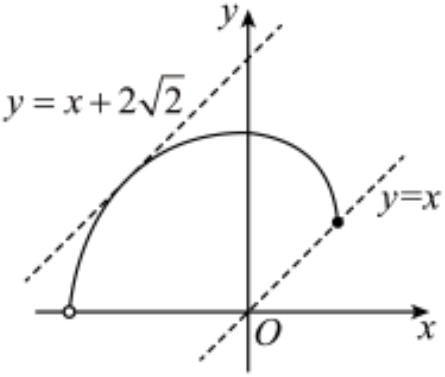
整理得，表示圆心为，半径为2，且位于第二象限的圆弧，

如图所示，若直线过，则，解得；

若直线，即与相切，则，解得，

若直线与均没有公共点，则或，

即实数的取值范围．



2．(2021年高考全国乙卷理科·第22题)在直角坐标系中，的圆心为，半径为1．

(1)写出的一个参数方程;

(2)过点作的两条切线．以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，求这两条切线的极坐标方程．

**【答案】**(1)，(为参数)；(2)或．

解析：(1)由题意，的普通方程为，

所以参数方程为，(为参数)

(2)由题意，切线的斜率一定存在，设切线方程为，即，

由圆心到直线的距离等于1可得，

解得，所以切线方程为或，

将，代入化简得

或

【点晴】本题主要考查直角坐标方程与极坐标方程的互化，涉及到直线与圆的位置关系，考查学生的数学运算能力，是一道基础题．

3．(2020年高考课标Ⅲ卷理科·第22题)在直角坐标系*xOy*中，曲线*C*的参数方程为(*t*为参数且*t*≠1)，*C*与坐标轴交于*A*、*B*两点．

(1)求；

(2)以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，求直线*AB*的极坐标方程．

**【答案】**(1)(2)

解析：(1)令，则，解得或(舍)，则，即．

令，则，解得或(舍)，则，即．

；

(2)由(1)可知，

则直线的方程为，即．

由可得，直线的极坐标方程为．

【点睛】本题主要考查了利用参数方程求点的坐标以及直角坐标方程化极坐标方程，属于中档题．

4．(2015高考数学福建理科·第22题)选修4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中，圆C的参数方程为为参数)．在极坐标系(与平面直角坐标系取相同的长度单位，且以原点*O*为极点，以轴非负半轴为极轴)中，直线*l*的方程为

(Ⅰ)求圆*C*的普通方程及直线*l*的直角坐标方程；

(Ⅱ)设圆心*C*到直线l的距离等于2，求*m*的值．

**【答案】**(Ⅰ)，；(Ⅱ)．

解析：(Ⅰ)消去参数*t*，得到圆的普通方程为,

由，得,

所以直线*l*的直角坐标方程为．

(Ⅱ)依题意，圆心*C*到直线*l*的距离等于2，即

解得

5．(2017年高考数学课标Ⅲ卷理科·第22题)在直角坐标系中，直线的参数方程为(为参数)，直线的参数方程为(为参数)．设与的交点为，当变化时，的轨迹为曲线．

(1)写出的普通方程；

(2)以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系，设，为与的交点，求的极径．

**【答案】**(Ⅰ)学科网 版权所有;(Ⅱ)学科网 版权所有

(1)由直线的参数方程为(为参数)，可得

由直线的参数方程为(为参数)，可得

联立，的方程，消去参数可得：即

当时，，此时两直线没有交点

所以曲线的普通方程为：．

(2)法一：将代入，可得曲线的极坐标方程为：



联立曲线与的极坐标方程



整理可得

所以点的极径长为．

法二：将代入，可得

联立方程

故的直角坐标为，所以．

故点的极径为．

6．(2016高考数学课标Ⅲ卷理科·第23题)选修4—4:坐标系与参数方程

在直角坐标系中,曲线的参数方程为(为参数),以坐标原点为极点,以轴的正半轴为极轴,建立极坐标系,曲线的极坐标方程为.

(Ⅰ)写出的普通方程和的直角坐标方程;

(Ⅱ)设点在上,点在上,求的最小值及此时的直角坐标.

**【答案】**(Ⅰ)的普通方程为,的直角坐标方程为;(Ⅱ).

【解析】(Ⅰ)的普通方程为,的直角坐标方程为.

(Ⅱ)由题意,可设点的直角坐标为,因为是直线,所以的最小值,

即为到的距离的最小值,.

当且仅当时,取得最小值,最小值为,此时的直角坐标为.

7．(2016高考数学课标Ⅱ卷理科·第23题)(本小题满分10分)选修4-4：坐标系与参数方程

在直线坐标系中，圆的方程为．

(1)以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系，求的极坐标方程；

(2)直线的参数方程是(为参数)，与交于两点，，求的斜率．

**【答案】**(1)**；**(2)．

**【官方解答】**(1)由可得圆的极坐标方程

．

(2)在(1)中建立的极坐标系中，直线的极坐标方程为．

设所对应的极径分别为，将的极坐标方程代入的极坐标方程得



于是，



由得，．

所以的斜率为或．

**【民间解答】**

(1)由可知圆的极坐标方程为．

(2)记直线的斜率为，则直线的方程为，

由垂径定理及点到直线距离公式知：，

即，整理得，则．

8．(2016高考数学课标Ⅰ卷理科·第23题)(本小题满分10分)选修4—4：坐标系与参数方程

在直线坐标系中，曲线的参数方程为(为参数，)．在以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线．

(I)说明是哪一种曲线，并将的方程化为极坐标方程；

(II)直线的极坐标方程为，其中满足，若曲线与的公共点都在上，求．

**【答案】** (I)为以为圆心，为半径的圆． (II)

【官方解答】(I)消去参数得到的普通方程

是以为圆心，为半径的圆．

将代入的普通方程中，得到的极坐标方程为

∴

(II)曲线，的公共点的极坐标满足方程组

若，由方程组的

由已知，可得

从而，解得(舍去)，

当时，极点也为，的公共点，在上

所以．

【民间解答】(I)  (均为参数)

∴ ①

∴为以为圆心，为半径的圆．方程为

∵

∴ 即为的极坐标方程

(II) 两边同乘得

即 ②

：化为普通方程为

由题意：和的公共方程所在直线即为

①—②得：，即为

∴，∴．